ДЗ №2 по дискретной математике

Вариант 81

Выполнил Чураков А. А P3131

Изображение выглядит как текст, число, снимок экрана, календарь

Автоматически созданное описание

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 |
| e1 | 0 | 2 |  | 1 |  |  |  |  | 5 |  | 4 |  |
| e2 | 2 | 0 |  | 3 |  |  | 4 | 4 | 5 | 4 | 4 | 4 |
| e3 |  |  | 0 |  | 2 | 2 |  |  | 5 | 2 | 4 | 5 |
| e4 | 1 | 3 |  | 0 |  | 1 |  |  |  |  |  |  |
| e5 |  |  | 2 |  | 0 |  |  | 1 | 4 | 2 | 2 | 4 |
| e6 |  |  | 2 | 1 |  | 0 |  |  |  | 1 |  |  |
| e7 |  | 4 |  |  |  |  | 0 | 3 |  |  |  |  |
| e8 |  | 4 |  |  | 1 |  | 3 | 0 |  |  | 4 | 2 |
| e9 | 5 | 5 | 5 |  | 4 |  |  |  | 0 | 3 |  |  |
| e10 |  | 4 | 2 |  | 2 | 1 |  |  | 3 | 0 | 1 |  |
| e11 | 4 | 4 | 4 |  | 2 |  |  | 4 |  | 1 | 0 |  |
| e12 |  | 4 | 5 |  | 4 |  |  | 2 |  |  |  | 0 |

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам

Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

1. l(e1) = 0+; l(ei) = ∞, для всех i ≠1, p = e1

Результаты итерации запишем в таблицу

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1 |
| e1 | 0+ |
| e2 | ∞ |
| e3 | ∞ |
| e4 | ∞ |
| e5 | ∞ |
| e6 | ∞ |
| e7 | ∞ |
| e8 | ∞ |
| e9 | ∞ |
| e10 | ∞ |
| e11 | ∞ |
| e12 | ∞ |

2. Гe1=(e2,e4,e9,e11)

Временные пометки из них: e2,e4,e9,e11

l(e2)=min(∞,0+2)=2;

l(e4)=min(∞,0+1)=1;

l(e9)=min(∞,0+5)=5;

l(e11)=min(∞,0+4)=4;

3. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e4) = 1;

4. Вершина e4 получает постоянную пометку l(e4) = 1+, p = e4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| e1 | 0+ | ∞ |
| e2 | ∞ | 2 |
| e3 | ∞ | ∞ |
| e4 | ∞ | 1+ |
| e5 | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ |
| e7 | ∞ | ∞ |
| e8 | ∞ | ∞ |
| e9 | ∞ | 5 |
| e10 | ∞ | ∞ |
| e11 | ∞ | 4 |
| e12 | ∞ | ∞ |

5. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe4 = {e2, e6}

Временные пометки имеют вершины e2, e6 – уточняем их:

l(e2)=min(2,1+3)=2

l(e6)=min(inf,1+1)=2

6. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e2) = 2;

7. Вершина e2 получает постоянную пометку l(e2) = 2+, p = e2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| e1 | 0+ |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e4 | ∞ | 1+ |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e9 | ∞ | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e11 | ∞ | 4 | 4 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ |

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe2 = {e1, e4, e7, e8, e9, e10, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e7, e8, e9, e10, e11, e12 – уточняем их:

l(e7)=min(inf,2+4)=6

l(e8)=min(inf,2+4)=6

l(e9)=min(5,2+5)=5

l(e10)=min(inf,2+4)=6

l(e11)=min(4,2+4)=4

l(e12)=min(inf,2+4)=6

9. . l(ei+) = min[l(ei)] = l(e6) = 2;

10. Вершина e6 получает постоянную пометку l(e6) = 2+, p = e6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| e1 | 0+ |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 |

11. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe6 = {e3, e4, e10}

Временные пометки имеют вершины e3, e10 – уточняем их:

l(e3)=min(inf,2+2)=4

l(e10)=min(6,2+1)=3

12. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e10) = 3;

13. Вершина e10 получает постоянную пометку l(e10) = 3+, p = e10

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 3+ |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 |

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe10 = {e2, e3, e5, e6, e9, e11}

Временные пометки имеют вершины e3, e5, e9, e11 – уточняем их:

l(3)=min(4,3+2)=4

l(5)=min(inf,3+2)=5

l(9)=min(5,3+3)=5

l(11)=min(4,3+1)=4

15. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e3) = 4;

16. Вершина e3 получает постоянную пометку l(e3) = 4+, p = e3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4+ |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 3+ |  |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 |

17. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe3 = {e5, e6, e9, e10, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины = e5, e9, e11, e12 – уточняем их:

l(e5)=min(5,4+2)=5

l(e9)=min(5,4+5)=5

l(e11)=min(4,4+4)=4

l(e12)=min(6,4+5)=6

18. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e11) = 4;

19. Вершина e11 получает постоянную пометку l(e11) = 4+, p = e11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4+ |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 3+ |  |  |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 |

20. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe11 = {e1, e2, e3, e5, e8, e10}

Временные пометки имеют вершины = e5, e8 – уточняем их:

l(5)=min(5,4+2)=5

l(8)=min(6,4+4)=6

21. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e5) = 5;

22. Вершина e5 получает постоянную пометку l(e5) = 5+, p = e5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4+ |  |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5+ |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 3+ |  |  |  |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |

23. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe5 = {e3, e8, e9, e10, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины = e8, e9, e12 – уточняем их:

l(8)=min(6,5+1)=6

l(9)=min(5,5+4)=5

l(12)=min(6,5+4)=6

24. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e9) = 5;

25. Вершина e9 получает постоянную пометку l(e9) = 5+, p = e9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4+ |  |  |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 3+ |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe9 = {e1, e2, e3, e5, e10}

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

27. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e7) = 6;

28. Вершина e7 получает постоянную пометку l(e9) = 6+, p = e7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4+ |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 3+ |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |

29. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe7 = {e2, e8}

Временные пометки имеют вершины = e8– уточняем их:

l(8)=min(6,5+1)=6

30. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e8) = 6;

31. Вершина e8 получает постоянную пометку l(e8) = 6+, p = e8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |  |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 3+ |  |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |

32. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe8 = {E2, E5, e7, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины = e8– уточняем их:

l(e12)=min(6,6+2)=6

33. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e12) = 6;

34. Вершина e12 получает постоянную пометку l(e12) = 6+, p = e12

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |  |  |
| e8 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |  |
| e9 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |  |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e11 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |

Все метки постоянные, конец. Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.